

سلسلة تمارين حول مبدأ القصور

التمرين الأول :

أجب بصحيح أو خطأ في كل حالة :

- (1) للجسم الصلب مركز قصور واحد.
- (2) لا يوجد بالضرورة مركز قصور جسم صلب في المادة.
- (3) تكون حركة جسم صلب معزول ميكانيكيا حركة مستقيمة.
- (4) تكون حركة مركز قصور جسم صلب معزول ميكانيكيا دائما حركة مستقيمة منتظمة.
- (5) عندما يكون جسم صلب معزول ميكانيكيا في حركة ، فإن مركز قصوره هو النقطة الوحيدة التي تكون حركتها مستقيمة منتظمة.
- (6) إذا كان جسم صلب في حالة سكون، فإن مركز قصوره يبقى في حالة سكون .
- (7) إذا كانت حركة مركز قصور جسم صلب مستقيمة فإنها بالضرورة منتظمة.

إجابة

- (1) صحيح.
- (2) خطأ.
- (3) خطأ. بل حركة مركز قصوره .
- (4) صحيح.
- (5) صحيح.
- (6) صحيح.
- (7) خطأ

التمرين الثاني :

اشرح انطلاقا من مبدأ القصور، لماذا ؟

- (1) يكون من الضروري استعمال حزام السلامة أثناء ركوب السيارة.
- (2) يكون من الصعب البقاء واقفا داخل حافلة نقل دون المسك بالمقابض.

إجابة

(1) عندما تكون سرعة السيارة كبيرة مثلا 120 كم في الساعة وفجأة تستعمل الفرامل لتتوقف ، الراكب الذي له سرعة السيارة يصبح معزولا في لحظة استعمال الفرامل عنها بحيث ينطلق بسرعة السيارة 120 كم في الساعة التي توقفت وبذلك يقذف نحو الأمام في حركة مستقيمة منتظمة طبقا لمبدأ القصور منفصلا عنها (لكن تصبح بعد ذلك له حركة شلجية بسبب وزنه الغير مهمل) ولتفادي ذلك يصبح من الضروري استعمال حزام السلامة.

(2) الحافلة منطلقة بسرعة معينة عندما ، تتوقف فجأة يصبح مركز قصور الراكب وهو واقفا في حركة مستقيمة منتظمة بنفس سرعة الحافلة قبل التوقف وذلك طبقا لمبدأ القصور ، فيندفع نحو الأمام وبذلك يكون من الصعب البقاء واقفا داخل حافلة نقل دون المسك بالمقابض.

التمرين الثالث :

انطلاقا من لحظة $t = 0$ ينطلق جسم صلب S شبه معزول ميكانيكيا في حركة إزاحية فوق مستوى أفقي بسرعة $v = 1 \text{ m/s}$. عين سرعته بعد $2s$ ، $4s$ ، $15s$.

إجابة

بما أن الجسم الصلب S شبه معزول ميكانيكيا فحسب مبدأ القصور، حركة مركز قصوره مستقيمة منتظمة وبما أنه في إزاحة فإن حركته الإجمالية هي حركة مركز قصوره وبالتالي تبقى له نفس السرعة $v = 1 \text{ m/s}$ في جميع اللحظات المذكورة .

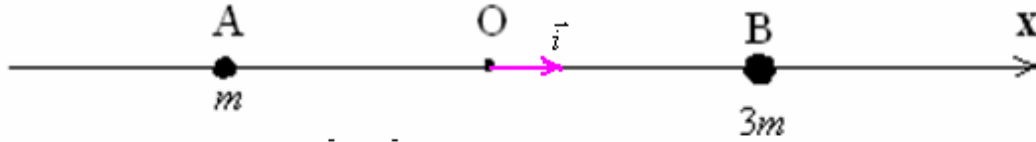
تذكير : الحركة الإزاحة حركة تخلو من الدوران.

مثلا ، عندما ندفع المنزلج فوق الجليد تكون له حركة إزاحية.

وعندما نقذف بالكرة تصبح لها حركة إزاحية ودورانية في آن واحد.

التمرين الرابع : تمرين رقم 10 ص 45 من الكتاب المدرسي مرشدي في الفيزياء

جسمان نقطيان A و B كتلتاهما على التوالي m و $3m$ تفصل بينهما المسافة $AB = 200\text{cm}$.



- (1) حدد الأضولين x_B و x_A بالنسبة للمعلم (O, \vec{i}) حيث O منتصف القطعة $[A, B]$.
- (2) بتطبيق العلاقة المرجحية أوجد أفضول مركز قصور المجموعة $[A, B]$.
- (3) نزيح الجسم B بمسافة 50cm في منحنى \vec{i} ، بكم وفي أي منحنى ينزاح G ؟

أجوبة:

$$x_B = +100\text{cm} \quad , \quad x_A = -100\text{cm} \quad (1)$$

(2) لتكن النقطة G مركز قصور المجموعة المكونة من الكرتين $\{A + B\}$. إذن G ننتمي على القطعة $[A, B]$ وتحددها العلاقة المرجحية التالية:

$$\vec{OG} = \frac{\sum m_i \cdot \vec{OA}_i}{\sum m_i} \quad \text{أي:} \quad \vec{OG} = \frac{m_1 \cdot \vec{OA} + m_2 \cdot \vec{OB}}{m_1 + m_2} \quad \text{مع:} \quad m_1 = m \quad \text{و} \quad m_2 = 3m$$

$$m \cdot \vec{OA} + 3m \cdot \vec{OB} = 4m \cdot \vec{OG} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{OG} = \frac{m \cdot \vec{OA} + 3m \cdot \vec{OB}}{m + 3m} \quad \Leftrightarrow$$

باسقاط هذه العلاقة الأخيرة على المحور $(O; \vec{i})$ تصبح كما يلي: $m \cdot x_A + 3m \cdot x_B = 4m \cdot x_G$ ومنه:

$$x_G = \frac{m \cdot x_A + 3m \cdot x_B}{4m} = \frac{m \cdot (x_A + 3 \cdot x_B)}{4m} = \frac{x_A + 3 \cdot x_B}{4}$$

$$x_G = \frac{-100m + 300m}{4m} = \frac{200m}{4m} = \frac{200}{4} = 50\text{cm} \quad \text{تطبيق عددي:}$$

(3) عندما نزيح المجموعة B ب: 50cm في نفس منحنى المتجهة \vec{i} تصبح: $x_B = +150\text{cm}$ و: $x_A = -100\text{cm}$

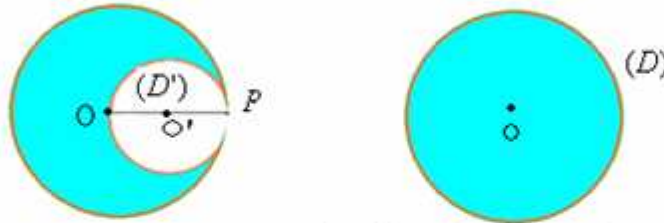
$$x_G = \frac{x_A + 3 \cdot x_B}{4} = \frac{-100 + 150 \cdot (3)}{4} = \frac{-100 + 450}{4} = +87,5\text{m}$$

وبذلك ينزاح مركز قصور المجموعة G بمسافة: $37,5\text{cm}$ في نفس منحنى المتجهة \vec{i}

التمرين الخامس:

نعبر قرصا متجانسا (D) سمكه e ثابت، شعاعه $R = 6\text{cm}$ وكتلته $m = 80\text{g}$.

نقطع من هذا القرص قرصا صغيرا (D') شعاعه $R' = \frac{R}{2}$ وكتلته m' بحيث نحصل جزء من قرص على شكل هلال كما يوضحه الشكل التالي.

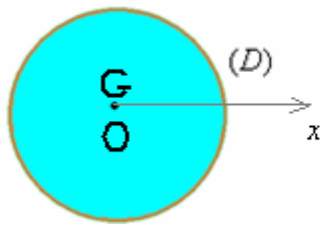


- (1) أوجد موضع مركز قصور الجزء من القرص المحصل عليه على شكل هلال.
- (2) ما الكتلة m_0 للكرة النقطية التي يجب تثبيتها عند النقطة P (المتنمية إلى القطر المار من O و O') لكي ينطبق مركز قصور الجزء من القرص على شكل هلال مع النقطة O .

O : مركز القرص المتجانس (D)

O' : مركز القرص (D')

تصحيح:



(1) ليكن G مركز قصور القرص المتجانس ذي الكتلة m والشعاع R \Leftarrow

نعتبر المحور (O, x) أصله O منطبق مع G .

نطبق العلاقة المرجحية على القرص المتجانس الذي يتكون من جزئين :

- القرص الصغير الذي تم قطعه مركز قصوره O' .
- الجزء من القرص المتبقى على شكل هلال مركز قصوره G' .

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m' \cdot \overrightarrow{OO'} + (m - m') \cdot \overrightarrow{OG'}}{m' + (m - m')}$$

بما أن O منطبق مع G .

$$(1) \quad m' \cdot \overrightarrow{OO'} + (m - m') \cdot \overrightarrow{OG} = \vec{0}$$

نعلم أن مساحة القرص $S = \pi R^2$ وبما أن $R' = \frac{R}{2}$ ولدنا : $m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot e$

$$m = 4m' \quad \Leftarrow \quad \frac{m}{m'} = \frac{\rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot e}{\rho \cdot \pi \cdot R'^2 \cdot e} = \frac{R^2}{R'^2} = \frac{R^2}{\frac{R^2}{4}} = 4$$

والعلاقة رقم (1) تصبح كما يلي :

$$x_G = -\frac{x_{O'}}{3} \quad \text{ومنه :} \quad \overrightarrow{OG} = -\frac{\overrightarrow{OO'}}{3} \quad \Leftarrow \quad m' \cdot \overrightarrow{OO'} + 3m' \cdot \overrightarrow{OG} = \vec{0}$$

:

$$x_G = \frac{-R}{6} = -\frac{6cm}{6} = -1cm \quad \Leftarrow \quad x_{O'} = \frac{R}{2} \quad \text{ولدنا}$$

(2) نطبق العلاقة المرجحية على الجزء القرص على شكل هلال مركز قصوره G' + الكرة . الذي يتكون من جزئين :

- الجزء من القرص المتبقى على شكل هلال مركز قصوره G' .

- الكرة ذات الكتلة m_o .

$$\overrightarrow{OG'} = \frac{m_o \cdot \overrightarrow{OP} + (m - m') \cdot \overrightarrow{OG}}{m_o + (m - m')}$$

عندما ينطبق مركز قصور المجموعة مع O العلاقة الاخيرة تصبح:

$$(3) \quad m_o \cdot \overrightarrow{OP} + (m - m') \cdot \overrightarrow{OG} = \vec{0}$$

$$m - m' = \frac{3m}{4} \quad \Leftarrow \quad m' = \frac{m}{4} \quad (a) \quad \text{من خلال}$$

بالتعويض و بالإسقاط على المحور (O, x) العلاقة (3) تصبح كما يلي :

$$m_o \cdot x_P + \frac{3m}{4} \cdot x_G = 0$$

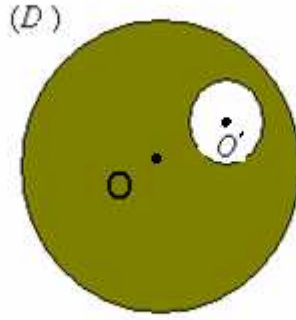
من خلال المعطيات $x_P = R = 6cm$ ومن خلال نتائج السؤال السابق $x_G = -1cm$

$$m_o = \frac{m}{8} = \frac{80g}{8} = 10g \quad \Leftrightarrow \quad 6.m_o \cdot -\frac{3m}{4} = 0$$

تمرين رقم 11 ص 45 من الكتاب المدرسي مرشدي في الفيزياء

التمرين السادس :

قرص متجانس (D) سمكه صغير، قطره d ومركزه O توجد به فتحة دائرية قطرها d' ومركزها O' . أنظر الشكل.

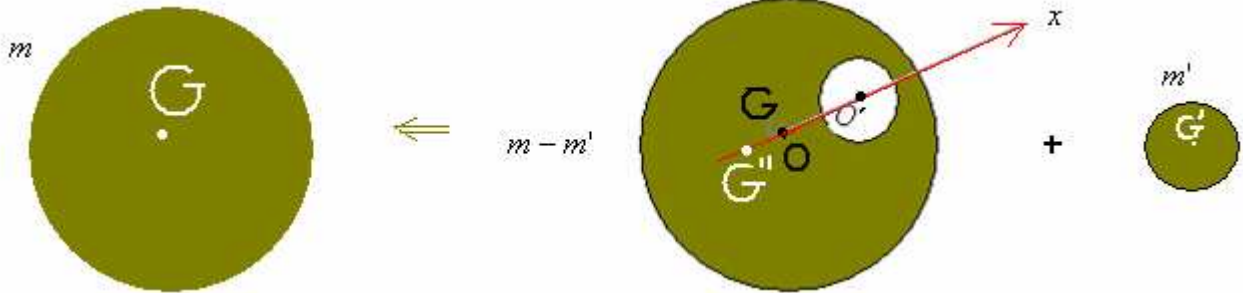


أوجد موضع مركز قصور القرص بالنسبة للمركز O .
نعطي : $OO' = 5cm$ ، $d' = 4cm$ ، $d = 20cm$

إجابة :

(2) لتكن النقطة G مركز قصور مجموعة القرص المتجانس قبل تفريره كتلته m . هذا الأخير يتكون من جزئين :

- القرص الصغير الذي تم قطعه مركز قصوره G' كتلته m' .
- الجزء من القرص المتبقى مركز قصوره G'' وكتلته $m - m'$.



نطبق العلاقة المرجحية على القرص المتجانس قبل تفريره :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m' \cdot \overrightarrow{OG'} + (m - m') \cdot \overrightarrow{OG''}}{m}$$

نعتبر المحور (O, x) أصله G منطبق مع G ومار من O'

بما أن O منطبق مع G ، العلاقة المرجحية تصبح كما يلي .

$$(1) \quad m' \cdot \overrightarrow{OG'} + (m - m') \cdot \overrightarrow{OG''} = \vec{0}$$

$$m - m' = 24m' \quad \Leftrightarrow \quad m = 25m' \quad \Leftrightarrow \quad \frac{m}{m'} = \frac{\rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot e}{\rho \pi R'^2 \cdot e} = \frac{R^2}{R'^2} = \frac{2^2}{10^2} = \frac{1}{25}$$

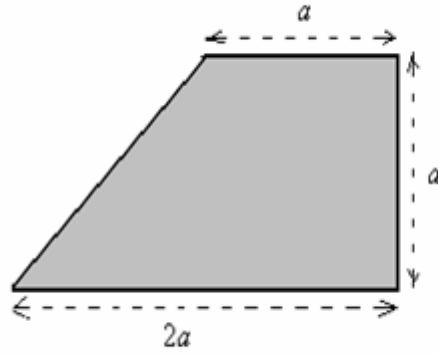
ومنه (1) تكتب كما يلي : $m' \cdot \overrightarrow{OG'} + 24m' \cdot \overrightarrow{OG''} = \vec{0}$ مع : $\overrightarrow{OG'} = \overrightarrow{OO'}$ انظر الشكل

$$x_G'' = -\frac{x_{O'}}{24} = -\frac{5}{24} \approx -0,21cm \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{OG''} = -\frac{\overrightarrow{OO'}}{24}$$

تمرين رقم 12 ص 45 من الكتاب المدرسي مرشدي في الفيزياء

التمرين السابع :

صفحة فلزية متجانسة سمكها ρ ثابت ، لها شكل شبه منحرف . انظر الشكل .



أوجد موضع مركز قصور الصفحة G .

تصحيح :

ليكن G_1 مركز قصور المربع و m_1 و G_2 مركز قصور الجزء المثلث و m_2 و G مركز قصور الصفحة الفلزية . توجد النقطة G_1 في مركز المربع والنقطة G_2 في تقاطع الواسطين . انظر الشكل .

العلاقة المرجحية :

$$\vec{OG} = \frac{\sum m_i \cdot \vec{OA}_i}{\sum m_i}$$

تكتب كما يلي :

$$\vec{OG} = \frac{m_1 \cdot \vec{OG}_1 + m_2 \cdot \vec{OG}_2}{m_1 + m_2}$$

باعتبار O منطبق مع G تصبح :

$$m_1 \vec{GG}_1 + m_2 \cdot \vec{GG}_2 = \vec{0}$$

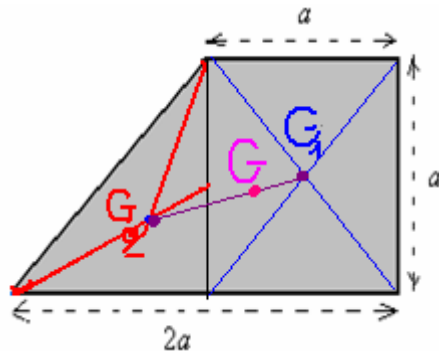
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho V_1}{\rho V_2} = \frac{S_1 \cdot e}{S_2 \cdot e} = \frac{a^2}{\frac{a^2}{2}} = 2$$

$$m_1 = 2m_2 \quad \Leftrightarrow$$

$$2 \cdot m_2 \vec{GG}_1 + m_2 \cdot (\vec{GG}_1 + \vec{G}_1\vec{G}_2) = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad 2 \cdot m_2 \vec{GG}_1 + m_2 \cdot \vec{GG}_2 = \vec{0}$$

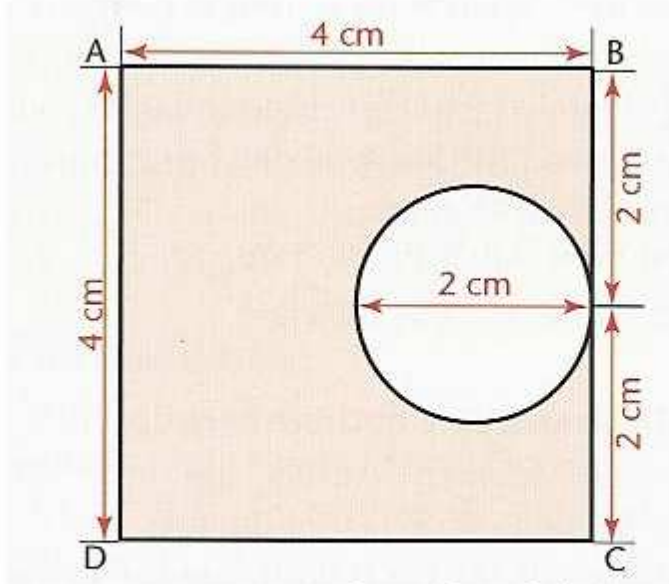
$$3 \cdot m_2 \vec{GG}_1 = -m_2 \cdot \vec{G}_1\vec{G}_2 \quad \Leftrightarrow \quad 3 \cdot m_2 \vec{GG}_1 + m_2 \cdot \vec{G}_1\vec{G}_2 = \vec{0}$$

$$\vec{G}_1\vec{G} = \frac{\vec{G}_1\vec{G}_2}{3} \quad : \text{أي } \vec{GG}_1 = -\frac{\vec{G}_1\vec{G}_2}{3} \quad \Leftrightarrow \quad 3\vec{GG}_1 = -\vec{G}_1\vec{G}_2$$



التمرين الثامن :

نعتبر صفيحة $ABCD$ مكونة من مادة فلزية متجانسة سمكها ثابت مقطوع منها جزء على شكل قرص كما بيّنه الشكل التالي .



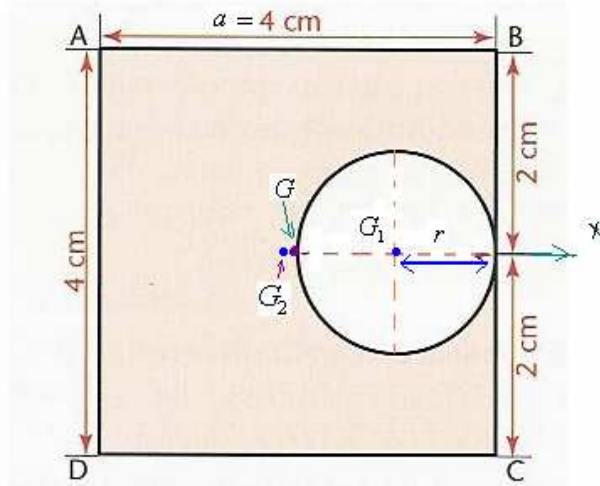
- (1) عين على الشكل موضع مركز القصور G للصفيحة المربعة المتجانسة.
- (2) عين على الشكل موضع مركز القصور G_1 للقرص .
- (3) m_1 هي كتلة القرص المنزوع و m_2 كتلة الصفيحة المفرغة. مركز القصور G_2 للصفيحة المفرغة هي النقطة حيث هو مرجح (G_1, m_1) و (G_2, m_2) . عين موضع G_2 .

ن

تصحيح

(1) انظر الشكل (2) انظر الشكل

(3)



العلاقة المرجحية تصبح :

$$m_1 \overrightarrow{GG_1} + m_2 \overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho.V_1}{\rho.V_2} = \frac{\rho.\pi.R^2.e}{\rho.(4R)^2.e} = \frac{\pi}{16}$$

$$m_1 = \frac{\pi}{16}.m_2 \Leftarrow$$

لان حجم الصفيحة المربعة $V = a^2.e$ وحجم القرص $V = S.e = \pi.r^2.e$ مع

$$r = \frac{a}{4}$$

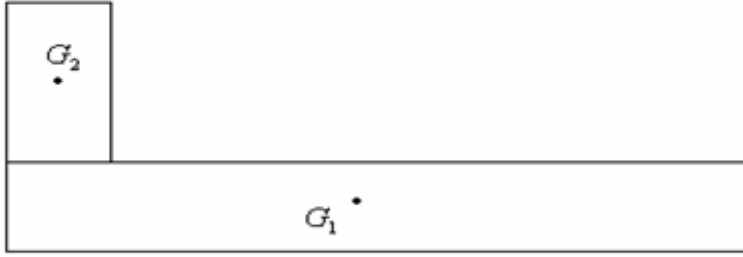
$$\frac{\pi}{16} m_2 \overrightarrow{GG_1} + m_2 \overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{GG_2} = -\frac{\pi}{16} \overrightarrow{GG_1} \Leftarrow \frac{\pi}{16} m_2 \overrightarrow{GG_1} = -m_2 \overrightarrow{GG_2}$$

$$x_{G_2} = -\frac{\pi}{16} . x_{G_1} = -\frac{\pi}{16} . 1cm \approx -0,2cm$$

التمرين التاسع:

تتكون مزواة من متوازي الأوجه خشبي مركز قصوره G_1 وكتلته m_1 مثبت في صفيحة حديدية مستطيلة مركز قصورها G_2 وكتلتها m_2 . انظر الشكل.



أوجد موضع مركز قصور المجموعة بالنسبة للنقطة G_1 .

نعطي : $m_1 = 200g$ ، $m_2 = 300g$ ، $G_1G_2 = 12cm$

تصحيح

العلاقة المرجحية :

$$\vec{OG} = \frac{\sum m_i \cdot \vec{OA}_i}{\sum m_i}$$

تكتب بالنسبة للمزواة كما يلي :

$$\vec{OG} = \frac{m_1 \cdot \vec{OG}_1 + m_2 \cdot \vec{OG}_2}{m_1 + m_2}$$

باعتبار O منطبق مع G_1 تصبح :

$$\vec{G_1G} = \frac{m_2 \cdot \vec{G_1G_2}}{(m_1 + m_2)} \Leftrightarrow \vec{G_1G} \cdot (m_1 + m_2) = m_2 \cdot \vec{G_1G_2}$$

النقطة G توجد على المستقيم الذي يربط G_1 و G_2 إذن :

$$G_1G = \frac{m_2 \cdot G_1G_2}{(m_1 + m_2)} = \frac{300 \cdot (12)}{500} = 7,2cm$$

سبيرو عبد الكريم الثانوية الفلاحية بأولاد تايمة نيابة تارودانت بضواحي مدينة أكادير - المملكة المغربية -

sbiabdou@yahoo.fr

pour toute observation contactez moi