أكاديمية مكناس تافيلالت	**الإ متحان التجريبي لمادة الرياضيات**	الصفحة : **3/1**
نيابة مكناس	**دورة أبريل2007**	مدة الإنجاز : **4** ساعات
مؤسسة إميل		الشعبة : العلوم الرياضية أوب
		المستوى: 2 سلك باكالوريا
		المعامل:10

« Code : *Bmaj07* »

يتكون الموضوع من أسئلة مستقلة تتعلق بالمكتسبات و المفاهيم التي تم التطرق إليها في الدروس وثلاثة تمارين و مسألة

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير المبرمجة

يأخذ بعين الاعتبار الوضوح والدقة في التحرير و التنظيم

كل صفحة للموضوع تحرر على أوراق مزدوجة مستقلة

أسئلة مستقلة : (نقطتان)

1ن 1) بين أن كل عدد عقدي غير منعدم له جذران متقابلان .
(يمكنك استعمال الشكل الجبري أو الشكل المثلثي)

0.50ن 2) بين أن كل عنصر من زمرة $(E,\otimes)$ هو عنصر منتظم وأن مماثل $x\otimes y$ يحقق:
$\forall(x,y)\in E^2:(x\otimes y)^{-1}=y^{-1}\otimes x^{-1}$ بحيث x^{-1} هو مماثل العنصر x.

0.50ن 3) صغ مبرهنة التزايديات المنتهية ثم بين أن : $\forall x\in]0,+\infty[:\ln(x)\leq x-1$

التمرين الأول : (3.50 نقط)

الهدف من هذا التمرين هو الإجابة عن السؤال التالي: هل توجد مالانهاية من الأعداد الأولية التي تكتب على الشكل $6k+5$ ؟

0.75ن 1) ليكن p عددا أوليا بحيث $p\succ 3$ بين أن $p\equiv 5[6] ou, p\equiv 1[6]$.

0.75ن 2) أعط ثلاثة أمثلة لأعداد أولية تكتب على شكل $6k+5$. هل كل عدد أولي أكبر قطعا من 3 يمكن كتابته على الشكل $6k+5$ ؟.

نفترض أن مجموعة الأعداد الأولية التي تكتب على شكل $6k+5$ منتهية وليكن n هو عددعناصرها التي نرمز لها ب : $p_1,p_2,p_3,\ldots\ldots\ldots,p_n$ بحيث تكون $p_1\prec p_2\prec p_3\prec\ldots\ldots\prec p_n$ (لاحظ أن p_1 هو أصغر عنصر بحيث $p_1\equiv 5[6]$). نضع $N=6(\frac{p_1p_2p_3\ldots.p_n}{5})+5$

0.75ن 3) كم يساوي p_1 ؟ تحقق من أن $N\in IN; N\equiv 5[6]$

0.50ن 4) بين أن كل قاسم أولي للعدد N يخالف الأعداد p_i بحيث $i\in[\![1,n]\!]$

0.75ن 5) بين أن أحدالقواسم الأولية للعدد N يكتب على شكل $6k+5$ (استعمل الخلف)
ثم استنتج الإجابة عن السؤال المطروح .

التمرين الثاني: (نقطتان ونصف)

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$

1) لتكن M نقطة من المستوى (P) ولحقها العدد العقدي Z .

0.50ن أ) بين أن مجموعة النقط M بحيث $\bar{Z}+Z+4=0$ هي مستقيم (D) ثم أنشئه

0.75ن ب) بين أن: $\forall M\in(P): d(M,(D))=\frac{1}{2}\left|Z+\bar{Z}+4\right|$

2) نعتبر النقطة $F(1+i)$ ونرمز ل (P') مجموعة النقط (P) الغير المنتمية ل (D)

ولتكن المجموعة E العرفة ب :

$$E=\left\{M(Z)\in(P'),\left|\frac{Z-1-i}{Z+\bar{Z}+4}\right|=\frac{\sqrt{2}}{4}\right\}$$

0.75ن أ) بين أن E مخروطي . ماهي طبيعته ؟

0.50ن ب) أنشئ E وتحقق من أن النقطة O تنتمي إلى E .

التمرين الثالث : (3.5 نقط)

نذكر أن $(\mathrm{M}_2(IR),+,\times)$ حلقة واحدية . ونضع: $\forall(a,b)\in IR^2, M(a,b)=\begin{pmatrix} a & -b \\ 3b & a-2b\end{pmatrix}$

ولتكن E المجموعة المعرفة بما يلي : $E=\left\{M(a,b)\in\mathrm{M}_2(IR)/(a,b)\in IR^2\right\}$

0.50ن 1) بين أن $(E,+)$ زمرة تبادلية

0.75ن 2) بين أن :

$$\forall(a,b,c,d)\in IR^4: M(a,b)\times M(c,d)=M(ac-3bd,ad+bc-2bd).$$

3) نعتبر التطبيق $\varphi:E^*\to C^*$

بحيث $\varphi(M(a;b))=(a-b)+ib\sqrt{2}$ و $E^*=E-\{M(0,0)\}$

0.75ن أ) بين أن φ تطبيق تقابلي وحدد تقابله العكسي φ^{-1}

0.75ن ب) نقبل أن E^* جزء مستقر من $(E,\times)$. بين أن φ تشاكل من $(E^*,\times)$ نحو $(C^*,\times)$

0.75ن 4) بين أن $(E,+,\times)$ جسم تبادلي

المسألة : (8.50 نقطة)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{1}{2(xe^{x}+1)}$

الجزء الأول: (3.50 نقطة)

1)

0.50ن أ) بين أن : $\forall x\in IR; x+e^{-x}\geq 1$ ثم استنتج D مجموعة تعريف الدالة f .

0.50ن ب) احسب نها يتي f عند محدي D .

2)

075ن أ) احسب $f'(x)$ لكل x من D ثم اعط جدول تغيرات f .

0.50ن ب) أثبت أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0,1[$.

075ن ج) بين أن : $\forall x\geq 0; e^{x}(4x^{2}e^{x}+5x-3)+4\succ 0$ واستنتج أن: $\forall x\geq 0; |f'(x)|\leq \dfrac{2}{3}$

0.50ن د) ارسم (C) في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.نأخذ $\|\vec{i}\|=2cm$

الجزء الثاني: (نقطتان)

1) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in IN}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0=0 \\ (\forall n\in IN); u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$

0.75ن أ) بين أن : $(\forall n\in IN), 0\leq u_n\leq 1$

0.50ن ب) أثبت أن $\forall n\in IN; u_n\neq \alpha$.

0.25ن ج) بين أن $(u_n)_{n\in IN}$ ليست رتيبة .

0.50ن د) باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية بين أن : $\forall n\in IN; |u_{n+1}-\alpha|\leq \dfrac{2}{3}|u_n-\alpha|$

و استنتج $\lim(u_n)$.

الجزء الثالث: (3 نقط)

لتكن F الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $F(x)=\int_{x}^{2x} f(t)dt$

1)

0.75ن أ) تحقق أن F معرفة على IR .وبين أن $\forall t\in IR; 0\prec f(t)\leq \dfrac{1}{2}e^{-t}$.

0.50ن ب) استنتج أن : $\forall x\in]0,+\infty[; 0\leq F(x)\leq \dfrac{1}{2}xe^{-x}$ واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$.

2)

0.50ن أ) بين أن $\forall x\in]-\infty,-1[; F(x)\leq \dfrac{1}{2}x$ واحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x)$.

0.25ن ب) بين أن $\forall t\in]-\infty,-1]; 0\prec \dfrac{-te^{t}}{2(1+te^{t})}\prec -te^{t}$.

0.50ن ج) استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty}(F(x)-\dfrac{1}{2}x)$ وأول النتيجة هندسيا.

0.50ن د) بين ان F قابلة للإشتقاق على IR واحسب $F'(x)$.