

1	الصفحة	الامتحان التجريبي الموحد للثانية من سلك البكالوريا	المملكة المغربية وزارة التربية والتعليم والشباب أكاديمية القنيطرة
3			
4h			

10	المعامل	ثانوية محمد الخامس	المادة : الرياضيات الشعبة : علوم رياضية
----	---------	--------------------	--

التمرين الاول: (4,5 نقط)			سلم التنقيط
المستوى العقدي منسوب الى معلم ممنظم متعامد ومباشر (O,i, j) نعتبر التطبيق f من $C^*$ نحو C بحيث : $f(z) = z^2 + \frac{1}{z^2}$			
...	(1) ليكن z و z' من $C^*$ أ) بين أن : $(zz')^2 = 1$ أو $z = -z'$ أو $z = z'$ ب) حدد مجموعة النقط M(z) بحيث يكون f(z) عددا حقيقيا 2) ليكن $\theta$ عددا حقيقيا من المجال $[0, 2\pi[$ أ) حل في C المعادلة : $f(z) = 2 \cos \theta$ (1) ب) تحقق من أن صور المعادلة (1) تنتمي الى الدائرة المثلثية 3) لتكن (C) الدائرة التي مركزها O وشعاعها $\sqrt{2}$ و M النقطة ذات اللق $z = \sqrt{2}e^{i\theta}$ و M' النقطة ذات اللق $f(z)$	0,5 0,75 1 0,5	
	نضع : $f(z) = x + iy$ $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ أ) أحسب x و y بدلالة $\theta$ ب) بين أن مجموعة النقط M' عندما تتغير M على الدائرة (C) هي مخروطي (Γ) يبغي تحديد طبيعته ج) أنشئ (Γ)	0,5 0,75 0,5	

التمرين الثاني: (3,25 نقط)			
ليكن n عددا صحيحا طبيعيا أكبر من او يساوي 2 نضع $A = n^2 - 2n + 2$ و $B = 122(n)$ و $d = A \wedge B$			
	(1) أحسب A.B واستنتج أن العدد $n^4 + 4$ غير أولي (2) بين أن كل قاسم مشترك للعددين A و B يقسم $4n$ (3) نفترض أن n فردي أ) بين أن $A \equiv 1[2]$ و $B \equiv 1[2]$ واستنتج أن d فردي ب) بين أن $d/2$ واستنتج أن : $A \wedge B = 1$ (4) نفترض أن n زوجي أ) بين أن العدد 4 لا يقسم A ب) بين أن $d = 2p$ حيث p عدد فردي ج) بين أن : $p/n$ و استنتج أن : $d = 2$	0,25 0,25 0,5 0,75 0,5 0,5 0,5	

1

لتكن  $E$  مجموعة الدوال العددية  $f_{(a,b)}$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f_{(a,b)} = (ax+b)e^{2x} \quad \text{حيث } a \text{ و } b \text{ عدنان حقيقيان}$$

(1) بين أن  $(E, +, \cdot)$  فضاء متجهي حقيقي

(2) نزود المجموعة  $E$  بقانون الداخلي  $T$  بحيث :  $f_{(a,b)} T f_{(a',b')} = f_{(\alpha,\beta)}$  مع  $\alpha = aa' - bb'$  و

$$\beta = ab' + ba'$$

ونعتبر التطبيق :  $\varphi : C^* \rightarrow E' = E - \{f_{(0,0)}\}$

$$a + ib \rightarrow f_{(a,b)}$$

( أ ) بين أن  $\varphi$  تشاكل تقابلي من  $(C^*, x)$  نحو  $(E', T)$

0,75

( ب ) استنتج بنية  $(E', T)$

0,5

( ج ) بين أن  $(E, +, T)$  جسم تبادلي

0,75

### التمرين الرابع : (9,25 نقطة)

(I) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بما يلي :  $f(x) = \frac{e^{-x}}{x}$

(1) أ حسب نهايات  $f$  عند محداث مجموعة تعريفها

1

(2) أ درس تغيرات الدالة  $f$

0,5

(3) وليكن  $(Cf)$  تمثيلها المبياني في معلم ممنظم متعامد :  $(O, i, j)$

(أ) أ درس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(Cf)$

0,5

(ب) أنشئ  $(Cf)$

0,5

(II) نعتبر المتتالية العددية  $(U_n)$  المعرفة بما يلي :  $U_0 = 1$  و  $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_{n+1} = U_n^2 f(U_n)$

(1) بين أن :  $\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x \geq x+1$

(2) استنتج أن :  $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 f(x) \leq \frac{x}{x+1}$

0,5

0,25

(3) ( أ ) باستعمال الاستدلال بالترجع بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 < U_n \leq \frac{1}{n+1}$

0,5

( ب ) بين أن :  $(U_n)$  متقاربة وحدد نهايتها

0,25

(4) نضع من أجل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$   $V_n = \sum_{k=0}^{n-1} U_k$

( أ ) بين أنه لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$   $V_n = \ln\left(\frac{1}{U_n}\right)$

0,75

( ب ) حدد نهاية المتتالية  $(V_n)$

0,25

III- نعتبر الدالة العددية  $F$  المعرفة على  $[0, +\infty[$  بما يلي :  $F(x) = \int_{x^2}^{4x^2} f(t) dt \quad x > 0$   
 $F(0) = 2 \ln 2$

(1) ( أ ) تحقق من أن  $\int_{x^2}^{4x^2} \frac{1}{t} dt = 2 \ln 2$   $\forall x > 0$

0,5

( ب ) باستعمال نتيجة السؤال II-1) بين أن :  $\forall t > 0 \quad -t \leq e^{-t} - 1 \leq 0$

(2) ( أ ) بين أن :  $\forall x > 0 \quad -3x^2 \leq F(x) - 2 \ln 2 \leq 0$

0,25

( ب ) استنتج أن  $F$  متصلة وقابلة للاشتقاق على اليمين في 0

0,5

0,5

(3) أ) بين أن : $\forall t \geq 1 f(t) \leq e^{-t}$	0,25
ب) استنتج : $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$	0,5
(4) أ) بين أن F قابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$ وأ حسب $F'(x)$	0,75
ب) اعط جدول تغيرات الدالة F	0,5
ج) أنشء المنحنى الممثل للدالة F في معلم متعامد ممنظم	0,5