نيابة فاس الجديد دار دبيبغ — امتحان تجريبي (علوم تجريبية)

التمرين الأول (7.5 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=1+\dfrac{x}{3}-\sqrt[3]{1+x},(x\geq 0) \\ f(x)=\ln\left(e^{-x}+x^2\right),(x\prec 0) \end{cases}$$

1) بين أن f متصلة في الصفر (0.5 ن)

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ (1 ن)

3) أ- أثبت أن : $\left(\forall x\in\left]-\infty;0\right[\right): f(x)=-x+\ln\left(1+x^2e^x\right)$ (0.5 ن)

ب- استنتج أن $\left(C_f\right)$ منحنى الدالة f يقبل المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x$ كمقارب مائل بجوار $-\infty$ (0.25 ن)

ج- حدد موقع $\left(C_f\right)$ بالنسبة لمقاربه (Δ) عندما يكون $x\prec 0$. (0.5 ن)

د- حدد الفرع اللانهائي للمنحنى $\left(C_f\right)$ بجوار $+\infty$ (0.5 ن)

4) ادرس قابلية اشتقاق f في الصفر على اليمين و على اليسار ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة . (1.5 ن)

(تذكير : $\sqrt[3]{a}-1=\dfrac{a-1}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a}+1}$ و $\lim\limits_{h\mapsto 0}\dfrac{\ln(1+h)}{h}=1$)

5) لتكن f' الدالة المشتقة الأولى للدالة f . بين أن : (0.75 ن)

$$\begin{cases} (\forall x\succ 0): f'(x)=\dfrac{1}{3}\left(1-\dfrac{1}{\sqrt[3]{(1+x)^2}}\right) \\ (\forall x\prec 0): f'(x)=\dfrac{2xe^x-1}{x^2e^x+1} \end{cases}$$

6) ضع جدول تغيرات الدالة f (0.5 ن)

7) أنشئ $\left(C_f\right)$ في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (1 ن)

8) أ- حدد دالة أصلية للدالة $x\mapsto\sqrt[3]{1+x}$ على المجال $\left[0,+\infty\right[$ التي تنعدم في الصفر (0.5 ن)

ب- احسب التكامل $I=\int_0^7\left(\sqrt[3]{1+x}-1\right)dx$ ثم استنتج مساحة الحيز المحصور بين المنحنى $\left(C_f\right)$ و المستقيمات ذات المعادلات $x=0$ و $x=7$ و $y=\dfrac{x}{3}$ (سؤال إضافي)

التمرين الثاني (3 ن)

في الفضاء (ξ) منسوب لمعلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط $A(5;-1;2)$ و $B(1;-3;-2)$ و $C(-2;-1;2)$.

1) احسب $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج مساحة المثلث ABC (0.75 ن)

2) احسب $\left|\sin\left(\widehat{\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}}\right)\right|$ (0.5 ن)

3) احسب مسافة النقطة **B** عن المستقيم (AC) (0.75 ن)

4) حدد تقاطع المستوى (ABC) و الفلكة التي أحد أقطارها $[AB]$ (1 ن)

التمرين الثالث (3.5 ن)

يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و 3 كرات حمراء . نسحب عشوائيا و تآنيا 3 كرات من الكيس .
نفترض أن جميع الكرات لا يمكن التمييز بينها باللمس .

1) حدد كون الإمكانيات Ω و احسب $card\Omega$ (0.5 ن)

2)أ- احسب احتمال الحدثين : (0.75 ن)

A " الحصول على 3 كرات من نفس اللون " **B** "الحصول على الأقل على كرة حمراء "

ب- هل الحدثان **A** و **B** مستقلان ؟ علل جوابك . (0.5 ن)

3) ليكن **X** المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة .
حدد قانون احتمال **X** . (1.25 ن)

4) نعيد التجربة السابقة 5 مرات .
احسب احتمال الحصول على كرات من نفس اللون مرتين بالضبط. (0.5 ن)

التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E): z^2-\left(1+i\left(1-\sqrt{3}\right)\right)z+i+\sqrt{3}=0$

1) أ- بين أن المعادلة (E) تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 يجب تحديده . (0.5 ن)

ب- استنتج الحل الثاني للمعادلة (E). (0.5 ن)

2) لتكن النقط **A** و **B** و **C** ألحاقها على التوالي هي : $z_A=1+i$ و $z_B=i$ و $z_c=1-i\sqrt{3}$

أ- اكتب z_A و z_B و z_C على الشكل المثلثي . (0.75 ن)

ب- حدد قياسا للزاوية $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)$ (0.5 ن)

3) حدد مجموعة النقط **M** ذات اللحق z بحيث : $\left|z-1+i\sqrt{3}\right|=\left|z-1-i\right|$ (0.75 ن)

التمرين الخامس (3 ن)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases}(\forall n\in\mathbb{N}): u_{n+1}=2u_n-1\\ u_0=2\end{cases}$$

1) بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}): u_n\succ 1$ (0.5 ن)

2) نضع $(\forall n\in\mathbb{N}): v_n=u_n-1$

أ- بين ان $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية و حدد أساسها و حدها الأول v_0 (1 ن)

ب- نضع $(\forall n\in\mathbb{N}): w_n=\ln(v_n)$

بين أن $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية . (0.5 ن)

ج- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} n\left(\dfrac{w_n}{v_n}\right)$ (1 ن)