

## ث-ع-العلي بنشقرون العرائش

### الامتحان التجريبي 2004

التمرين الأول: (نقطتان)

$$I = \int_{\ln 2}^{\ln 4} \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}} \quad (\text{ضع } t = \sqrt{e^x - 1})$$

(ن1) 1- احسب التكامل التالي :

$$J = \int_0^1 \text{Arctg}(x) dx$$

(ن1) 2- احسب باستعمال مكاملة بالأجزاء

التمرين الثاني: (3نقط)

يحتوي كيس على خمس ببيدقات لا يمكن التمييز بينها باللمس، ببيدقتان تحملان الرقم 0 وببيدقتان تحملان الرقم 1 وببيدقة تحمل الرقم 2. نسحب عشوائيا وفي آن واحد ببيدقتين من الكيس.

1- ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع الرقمين المسجلين على الببيدقتين المسحوبتين.

(ن1) أ- حدد قانون احتمال  $X$ .

(ن 0.5) ب- ليكن  $A$  الحدث: "سحب ببيدقتين تحملان نفس الرقم". تحقق أن  $p(A) = \frac{2}{10}$ .

(ن 0.5) ج- بين أن الحدث  $A$  و الحدث  $(X = 2)$  غير مستقلين.

(ن1) 2- تكرر التجربة السابقة ثلاث مرات متتابة، وفي كل مرة نعيد الكرتين المسحوبتين إلى الكيس.

احسب احتمال تحقيق  $A$  مرتين على الأقل.

التمرين الثالث: (3.5نقط)

(ن1) 1- حل في  $C$  المعادلة  $(E): z^2 + 2z + 1 + i = 0$ .

(ن0.5) 2- احسب  $|z|$  و  $|z'|$  و  $z'$  و  $z''$  جذرا المعادلة  $(E)$  حيث  $(\text{Im}(z')) > 0$ .

(ن1) 3- احسب  $z'z''$  واكتب  $z'+1$  على الشكل المثلثي.

(ن1) 4- استنتج  $\text{Arg}(z')$  و  $\text{Arg}(z'')$ .

التمرين الرابع: (2.5نقط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(2,0,-2)$ ،  $B(-2,1,-1)$  و  $C(0,0,-1)$

والفلكة  $(S)$  ذات المعادلة:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$ .

(ن1) 1- احسب  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$  واستنتج معادلة ديكالرتية للمستوى  $(ABC)$ .

(ن0.5) 2- حدد مركز وشعاع الفلكة  $(S)$ .

(1ن) 3- بين أن (ABC) مماس للفلكة (S) و حدد نقطة التماس.

مسألة: (9نقط)

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt[3]{x+1}, & x \geq -1 \\ (1-x^2)^{\frac{-x^2}{2}}, & x < -1 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $IR$  بما يلي :

وليكن  $C_f$  منحناها في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

### -I

(0.25 ن) 1- أ- ادرس اتصال  $f$  في -1

ب- بين أن  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x)}{x+1} = -\infty$  ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة. (0.5 ن)

ت- بين أن  $f$  قابلة للاشتقاق في  $-1^-$  ثم فسر النتيجة هندسيا. (0.25 ن)

ج- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة. (0.5 ن)

د- بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة. (0.5 ن)

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{4x+3}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}}, & x > -1 \\ x(x^2-3)^{\frac{-x^2}{2}}, & x < -1 \end{cases}$$

(0.5 ن) 2- أ- بين أن

ب- ضع جدول تغيرات  $f$  (0.5 ن)

3- بين أن  $f(x) \geq x$  لكل  $x$  من المجال  $[-1, +\infty[$ . (0.5 ن)

4- أ- اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم  $(T)$  مماس  $C_f$  في النقطة ذات الأضصول 0. (0.5 ن)

(1ن) ب- أنشئ  $C_f$  و  $(T)$ . (تأخذ  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$  و  $\sqrt[3]{\frac{1}{4}} \approx 0.6$  و  $e^{-\frac{3}{2}} \approx 0.2$ .)

### -II

ليكن  $h$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $[-1, +\infty[$ .

$$\begin{cases} U_0 \in [-1, +\infty[ (U_0 \neq 0) \\ U_{n+1} = h(U_n) \forall n \geq 0 \end{cases}$$

نعتبر  $(U_n)_{n \geq 0}$  المتتالية المعرفة كما يلي:

(1ن) 1- بين أن  $(U_n)_{n \geq 0}$  تزايدية.

2- نفترض أن  $-1 \leq U_0 < 0$

(0.5 ن) أ- بين أن  $-1 \leq U_n < 0$  لكل  $n$  من  $IN$ .

(0.75 ن) ب- بين أن  $(U_n)_{n \geq 0}$  متقاربة و احسب نهايتها.

3- نفترض أن  $U_0 > 0$  و ليكن  $\lambda$  العدد الحقيقي التالي  $\lambda = U_0(\sqrt[3]{U_0+1}-1)$ .

...

(0.75 ن) أ- بين أن  $U_{n+1} - U_n \geq \lambda$  لكل  $n$  من  $IN$ .

(0.75 ن) ب- بين أن  $U_n \geq U_0 + n\lambda$  لكل  $n$  من  $IN$ .

(0.25 ن) ج- استنتج نهاية  $(U_n)_{n \geq 0}$ .