



C:RS22

المادة:	الرياضيات	المعامل:	7
الشعب(ة) أو المسلك:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	مدة الإنجاز:	3

يسمح بامتعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة .

التمرين الأول (3 ن)

- نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطة $A(2, 2, -1)$ و المستوى (P) الذي معادلته هي $2x + y + 2z - 13 = 0$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1, 0, 1)$ وشعاعها 3 .
- 1- أ- بين أن $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S) وتحقق من أن A تنتمي إلى (S) . 0.75
ب- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (P) ثم استنتج أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) . 0.75
- 2- ليكن (D) المستقيم المار من النقطة A والعمودي على المستوى (P) .
أ- بين أن $\vec{u}(2, 1, 2)$ متجهة موجهة للمستقيم (D) و أن $(6, -6, -3)$ هو مثلوث إحداثيات المتجهة $\vec{\Omega A} \wedge \vec{u}$. 0.75
ب- احسب $\frac{\|\vec{\Omega A} \wedge \vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}$ ثم استنتج أن المستقيم (D) مماس للفلكة (S) في A . 0.75

التمرين الثاني (3 ن)

- 1 حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 6z + 25 = 0$ 1
- 2 نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C و D التي الحاقها على التوالي هي : $a = 3 + 4i$ و $b = 3 - 4i$ و $c = 2 + 3i$ و $d = 5 + 6i$.
أ- احسب $\frac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أن النقط A و C و D مستقيمة . 0.5
ب- بين أن العدد $p = 3 + 8i$ هو لحق النقطة P صورة النقطة A بالتحاكي h الذي مركزه B ونسبته $\frac{3}{2}$. 0.5
ج- اكتب على الشكل المثلي العدد العقدي $\frac{d-p}{a-p}$ ثم استنتج أن $\frac{\pi}{4}$ قياس للزاوية (\vec{PA}, \vec{PD}) 1
وأن $PA = \sqrt{2} PD$.

التمرين الثالث (3 ن)

- يحتوي صندوق على سبع كرات سوداء و كرتين بيضاوين . (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)
نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين .
- 1 حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X . 0.5
- 2 بين أن : $P(X=0) = \frac{1}{36}$ و $P(X=1) = \frac{7}{18}$. 1.5
- 3 أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$. 1

التمرين الرابع (3 ن)

...
 لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{1+4u_n}{7-2u_n}$ لكل n من \mathbb{N} .

1 (1) تحقق من أن $1-u_{n+1} = \frac{6(1-u_n)}{5+2(1-u_n)}$ لكل n من \mathbb{N} ثم بين بالترجع أن $1-u_n > 0$ لكل n من \mathbb{N} .

(2) نضع : $v_n = \frac{2u_n-1}{u_n-1}$ لكل n من \mathbb{N} .

1 - ا- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{6}$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

1 ب- بين أن : $u_n = \frac{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2}$ لكل n من \mathbb{N} واستنتج نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الخامس (2 ن)

1 (1) حدد الدوال الأصلية للدالة $x \mapsto 2x(x^2-1)^{2009}$ على \mathbb{R} وتحقق من أن : $\int_1^{\sqrt{2}} 2x(x^2-1)^{2009} dx = \frac{1}{2010}$.

1 (2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^2 (2x+1)\ln(x+1)dx = 6\ln 3 - 2$.

التمرين السادس (6 ن)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = x \left(\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} \right)$

ولیکن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

0.5 (1) أ- تحقق من أن : $f(x) = x \left(\frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} \right)$ لكل x من \mathbb{R} .

1 ب- بين أن الدالة f زوجية وأن $f(x) - x = \frac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}$ لكل x من \mathbb{R} .

1 ج - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ وأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}} = 0$ ثم استنتج أن المستقيم (D) الذي

معادلته $y = x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

0.5 (2) بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (D) على المجال $[0, +\infty[$.

1 (3) أ- بين أن : $f'(x) = \frac{e^{4x}-1+4xe^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$ لكل x من \mathbb{R} وتحقق من أن : $f'(0) = 0$.

0.5 ب- بين أن : $e^{4x}-1 \geq 0$ لكل x من $[0, +\infty[$ ثم استنتج أن $e^{4x}-1+4xe^{2x} \geq 0$ لكل x من $[0, +\infty[$.

0.5 ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على $[0, +\infty[$.

1 (4) أنشئ المنحنى (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف تحديدهما غير مطلوب).