المملكة المغربية وزارة التربيةالوطنية والشباب	الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريـــــــــــــــــا دورة : يوليوز 2003 (الدورة الإستدراكية)	الثانية علوم رياضية مدة الإنجاز: 4 ساعات المعامل : 10

التمرين الأول (3نقط)

لدينا صندوقان U و V. الصندوق U يحتوي على 4 كرات حمراء و4 كرات زرقاء؛

الصندوق V يحتوي على كرتين حمراوين و4 كرات زرقاء؛

نعتبر التجربة الآتية:

نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U: إذا كانت حمراء ، نضعها في الصندوق V ثم نسحب عشوائيا كرة من الصندوق V؛ وإذا كانت زرقاء، نضعها جانبا؛ ثم نسحب عشوائيا كرة من الصندوق V.

ولتكن الأحداث التالية:

R_1 : " الكرة المسحوبة من U حمراء"؛

B_1 : " الكرة المسحوبة من U زرقاء"؛

R_2 : " الكرة المسحوبة من V حمراء"؛

B_2 : " الكرة المسحوبة من V زرقاء"؛

1) احسب احتمال الحدثين R_1 و B_1. 1

2) احسب احتمال " B_2 علما أن R_1 محقق " واحتمال " B_2 علما أن B_1 محقق ". 1

3) بين أن: $p(B_2)=\frac{13}{21}$. 0.5

4) استنتج $p(R_2)$. 0.5

التمرين الثاني (4نقط ونصف)

ليكن θ عددا حقيقيا بحيث: $0\le\theta\le 2\pi$. نضع: $p=5\cos\theta+3i\sin\theta$.

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) التالية: $(E):\quad z^2-2pz+16=0$.

1) أ- تحقق أن: $p^2-(3\cos\theta+5i\sin\theta)^2=16$ 0.5

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E): نرمز بـ z_1 و z_2 لحلي المعادلة (E) بحيث: $|z_1|<|z_2|$. 0.5

2) المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$؛

نعتبر النقطتين M_1 و M_2 اللتين لحقاهما على التوالي هما z_1 و z_2 .

أ) بين أنه عندما يتغير العدد θ في المجال $[0;2\pi[$، فإن النقطة M_1 تتغير على دائرة (C) ينبغي تحديد معادلة لها. 0.5

ب) لتكن P منتصف القطعة $[M_1M_2]$.

ولتكن (Γ) مجموعة النقط P عندما يتغير العدد θ في المجال $[0;2\pi[$.

0.5 بين أن (Γ) إهليلج بؤرتاه هما النقطتان F و F' اللتين لحاقهما 4 و -4.

0.5 3) أ- بين أنه لكل عددين عقديين a و b من $\mathbb{C}-\{4\}$، لدينا: $(ab=16) \Leftrightarrow \left(\frac{b+4}{b-4}=-\frac{a+4}{a-4}\right)$.

0.5 ب- استنتج أن: $\frac{z_2+4}{z_2-4}=-\frac{z_1+4}{z_1-4}$.

0.5 ج- بين أن: $\overline{\left(\overrightarrow{M_1F};\overrightarrow{M_1F'}\right)} \equiv \pi+\overline{\left(\overrightarrow{M_2F};\overrightarrow{M_2F'}\right)}[2\pi]$.

0.5 4) أ) بين أن المعادلة المماس (T) للمنحنى (Γ) في النقطة P هي:

$3x\cos\theta+5y\sin\theta=15$.

0.5 ب) بين أن: المماس (T) عمودي على المستقيم (M_1M_2).

التمرين الثالث (3 نقط)

لكل $(a;b)$ من $\mathbb{Z}^2$، نعتبر المصفوفة $M_{(a;b)}=\begin{pmatrix} a & b\sqrt{2} \\ b\sqrt{2} & a \end{pmatrix}$.

في $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$، لتكن E مجموعة المصفوفات الآتية: $E=\left\{M_{(a;b)} / a^2-2b^2=1\right\}$.

0.25 1) نضع: $A=\begin{pmatrix} 3 & 2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} & 3 \end{pmatrix}$. تحقق أن A تنتمي إلى E.

0.5 2) أ- بين أن E جزء مستقر من $(\mathcal{M}_2(\mathbb{R});\times)$ وأن القانون $\times$ تبادلي في E.

0.5 ب- بين أن جميع عناصر E تقبل مقلوبا في E بالنسبة لقانون التركيب الداخلي $\times$.

0.5 ج- بين أن $(E;\times)$ زمرة تبادلية.

3) نضع: $A^0=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$، ولكل n من $\mathbb{N}$: $A^{n+1}=A^n\times A$.

نعتبر المجموعة: $G=\left\{A^n / n\in\mathbb{N}\right\}$.

0.25 أ) تحقق أن: $G\subset E$.

0.5 ب) لتكن H مجموعة مماثلات مصفوفات G بالنسبة لعملية $\times$ في E.

بين أن: $H=\left\{B^n / n\in\mathbb{N}\right\}$ حيث: $B=\begin{pmatrix} 3 & -2\sqrt{2} \\ -2\sqrt{2} & 3 \end{pmatrix}$.

0.5 ج) بين أن: $G\cup H$ زمرة جزئية من $(E;\times)$.

التمرين الرابع (9 نقط ونصف)

I- ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم.

نعتبر الدالة العددية g_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g_n(x)=x+e^{-nx}$.

وليكن (C_n) المنحنى الممثل للدالة g_n في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أدرس تغيرات الدالة g_n . 0.5

ب- بين أن g_n تقبل قيمة دنيا عند عدد حقيقي u_n يتم تحديده بدلالة n. 0.5

2) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g_n(x)$ 0.5

ب- حدد الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C_n). 0.5

3) أ- ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_1) و (C_2) الممثلين للدالتين g_1 و g_2. 0.5

ب- ارسم، في نفس المعلم، المنحنيين (C_1) و (C_2). 0.5

(نأخذ: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$ ونعطي: $\ln 2\approx 0,7$).

4) أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب بدلالة x التكامل: $I(x)=\int te^{-2t}dt$. 1

ب- لتكن h_2 قصور الدالة g_2 على المجال $[0;\ln 2]$. 0.5

احسب حجم مجسم الدوران الذي يولده دوران التمثيل المبياني لـ h_2 حول محور الأفاصيل.

5) بضع: $v_n=g_n(u_n)$.

بين أن المتتاليتين $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متقاربتان وحدد نهايتهما. 1

II - نعتبر الدالة العددية F_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $F_n(x)=x+e^{nx}$

وليكن (Γ_n) منحنى الدالة F_n في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1) ادرس تغيرات الدالة F_n. 0.5

2) استنتج أن المعادلة $F_n(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α_n. 0.5

3) أ- بين أن: $\alpha_1\in\left]-\ln 2,-\frac{1}{2}\right[$. 0.5

ب- بين أن $x-\alpha_1$ و $e^x+\alpha_1$ لهما نفس الإشارة. 0.5

4) أ- لتكن φ الدالة المعرفة على $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]$ بما يلي: $\varphi(x)=e^x-\frac{1}{\sqrt{e}}x$. 0.5

بين أن الدالة φ تناقصية على $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]$.

ب- استنتج أن: $\left|e^x+\alpha_1\right|\le\frac{1}{\sqrt{e}}\left|x-\alpha_1\right|$. 0.5

5) نضع: $\beta_0=-\frac{1}{2}$ ولكل عدد صحيح طبيعي n : $\beta_{n+1}=-e^{\beta_n}$. أ- بين أنه يوجد عدد حقيقي a بحيث: $\lvert\beta_{n+1}-\alpha_1\rvert\leq a\lvert\beta_n-\alpha_1\rvert$ لكل n من $\mathbb{N}$. ب-بين أن المتتالية (β_n) متقاربة وحدد نهايتها.	 0.5 0.5

لمزيد من دروس و تمارين و امتحانات ... موقع قلمي